

L'approche variationnelle de la rupture via les modèles d'endommagement à gradient

Jean-Jacques Marigo

Journées MAIRCI, Grenoble, Septembre 2012

L'objet de l'exposé est d'abord de montrer que les modèles d'endommagement à gradient permettent de rendre compte de toute l'évolution de la fissuration (allant de l'initiation jusqu'à la rupture complète) d'une structure, puis de comparer la ou les lois de propagation obtenues avec la loi de Griffith de la mécanique linéaire de la rupture.

On commencera par une présentation des grandes lignes de la construction de ces modèles d'endommagement à gradient qui se base sur les trois principes physiques d'irréversibilité, de stabilité et de bilan d'énergie. Cela conduit à une formulation du problème d'évolution de l'endommagement dont le caractère variationnel joue un rôle décisif lors de la comparaison avec le modèle de Griffith.

On montrera ensuite que grâce à la présence d'une contrainte critique, d'une longueur caractéristique et du fait du caractère adoucissant de ce type de modèle, on peut faire apparaître des fissures via une localisation de l'endommagement. De plus, grâce au caractère variationnel du modèle, on peut ainsi justifier la notion de densité d'énergie de surface, i.e. le G_c de la théorie de Griffith. Ici ce G_c se définit comme l'énergie dissipée lors de tout le processus de développement de la zone endommagée jusqu'à l'apparition de la fissure et se calcule donc à partir de la solution localisée. Une expression explicite est obtenue en termes des paramètres matériau entrant dans le modèle d'endommagement.

On s'intéresse enfin à la propagation ou à la non propagation des fissures (accompagnées de leur zone d'élaboration) lorsqu'elles peuvent être considérées comme macroscopiques, i.e. lorsque leur taille est grande devant la longueur caractéristique du matériau (qui elle même fixe l'épaisseur de la zone d'élaboration). On montre alors que leur évolution, si elle est régulière en temps et en espace, est nécessairement régie par la loi de Griffith, le G_c calculé jouant le rôle de taux de restitution d'énergie critique. La démonstration, basée sur une approche à deux échelles, repose sur une généralisation de l'intégrale de Rice, i.e. une intégrale de contour qui contient toute l'énergie (et pas seulement l'énergie élastique), y compris la part d'énergie dissipée due aux gradients d'endommagement. On montrera que pour établir ce résultat fondamental qui permet de relier les critères locaux et les critères globaux, la structure variationnelle de la loi d'endommagement joue un rôle essentiel.

En outre, l'exposé s'appuiera sur des exemples numériques où la fissuration apparaît et se développe suivant des trajets spatio-temporels complexes, non présumés, exemples spectaculaires qui mettront en évidence toute la puissance de ces approches variationnelles.